كتاب

كتاب في الدوائر المتماسة

مؤلف

أرشميدس

Archimedes

٣١٣٠٦ (معهد أحياء المخطوطات العربية)

المكتبة خدابخش بتنه رقم الفيلم مخ ٧١٨ -

ورقم المخطوط فيها ٥٠١٩ (٦٧) ضمن مجموعة من ١٣٤هـ/١٤١ د

اسم الكتاب كتاب في الدوائر المتماسة

اسم المؤلف أرشميدس

تاريخ النسخ ٦٢٢ بخط الشي نفيس

عدد الأوراق ٨ ٣١ سطر المقاس ١١٠×٢٠٠ سم

الملاحظات ... رياضة

بسم الله الرحمن الرحيم [illegible] في الدوائر المتماسة [illegible]

قال ارشميدس اذا كانت دوائر كم كانت متتالية متماسة و مراكزها على خط واحد
واخرج ذلك الخط على استقامته و تعلم عليه نقطة ما واخرج منها خط مماس للدوائر
فان الدوائر متناسبة على توالیها وان كانت الدوائر متناسبة على توالیها فان الخط الذي
يماس دائرتين متتاليتين منها اذا اخرج على استقامته ماس باقي الدوائر مثال ذلك
دوائر متتالية متماسة على مراكزها ا ب ج ولتكن مراكز ا ب ج على خط واحد مستقيم
وهو خط اج ولتماس الدوائر بعضها بعضا على نقطتي د ه ولنعلم على خط اج
نقطة ز ولنخرج منها خطا مماسا للدوائر على نقط ح ط ك فاقول ان نسبة دائرة ا
الى دائرة ب كنسبة دائرة ب الى دائرة ج برهان ذلك انا نخرج من نقط المماسة اقطارا
على المراكز وهي خطوط [illegible] ولنصل [illegible] ومن اجل ان
خطوط [illegible] اخرجت من الخط المماس على المراكز فهما اعمدة على الخط المماس
فهي اذا متوازية فزاوية [illegible] اذن مساوية لزاوية [illegible] و مثلثا [illegible] متشابها
المثلثين فزاوية [illegible] اذن مساوية لزاوية [illegible] فخط [illegible] مستقيم فخط [illegible] اذن ايضا
مستقيم و مثل ذلك نبين ان خط [illegible] مستقيم ومن اجل ان مثلثي [illegible] سطح [illegible] التي
الزوايا زاويتا [illegible] منها متشابه [illegible]
[illegible] متشابه [illegible] فخط [illegible] اذن مواز لخط [illegible] ومن اجل ان مثلثي [illegible] سطح

متشابهان تكون نسبة [illegible] الى [illegible] مثل نسبة [illegible] الى [illegible] واذا بدلنا تكون نسبة [illegible] الى
[illegible] مثل نسبة [illegible] الى [illegible] ولكن نسبة [illegible] الى [illegible] مثل نسبة [illegible] الى [illegible] اعني مثل نسبة
[illegible] الى [illegible] نسبة [illegible] الى [illegible] مثل نسبة [illegible] الى [illegible] ومن اجل ان نسبة كل [illegible]
الى كل [illegible] مثل نسبة [illegible] المنقوص الى [illegible] المنقوص يكون نسبة [illegible] الباقي الى [illegible]
الباقي مثل نسبة [illegible] الى [illegible] ولكن نسبة [illegible] الى [illegible] مثل نسبة [illegible] الى [illegible] اعني مثل
نسبة [illegible] الى [illegible] نسبة [illegible] الى [illegible] مثل نسبة [illegible] الى [illegible] اعني مثل نسبة [illegible] الى
[illegible] فنسبة [illegible] اذن الى [illegible] مثل نسبة [illegible] الى [illegible] فنسبة مربع [illegible] الى المربع [illegible]
مثل نسبة مربع [illegible] الى مربع [illegible] ونسب الدوائر
بعضها الى بعض كنسب مربعات
اقطارها
بعضها الى بعض فنسبة دائرة ا
الى دائرة ب كنسبة دائرة ب الى دائرة
ج وذلك ما اردنا ان نبين ∴ وايضا لتكن الدوائر متناسبة على توالیها
ولتماس [illegible] دائرتي [illegible] على نقطتي [illegible] فاقول انا اذا اخرجنا
خط [illegible] على استقامته ماس باقي الدوائر برهان ذلك انا نخرج على نقطة ا خطا
موازيا لخط [illegible] وهو خط [illegible] ولنصل [illegible] ولنتمم باقي الرسم على ما في الشكل الذي
تقدم فيتبين [illegible] ان خط [illegible] على استقامة خط [illegible] وان خط [illegible] مواز لخط
[illegible] وان مثلث [illegible] مشابه لمثلث [illegible] ومن اجل ان الدوائر متناسبة على توالیها فان نسبة
[illegible] مثل نسبة [illegible] ولكن نسبة [illegible] اعني نسبة [illegible] مثل نسبة
[illegible] اعني مثل [illegible] ونسبة [illegible] اعني نسبة [illegible] مثل نسبة
[illegible] اعني مثل نسبة [illegible] وقد كانت نسبة [illegible] مثل نسبة [illegible]
نسبة [illegible] اذا [illegible] مثل نسبة [illegible] ومثل نسبة [illegible] اعني مثل نسبة جميع
[illegible] الى جميع [illegible] ومن اجل ان نسبة [illegible] مثل نسبة [illegible] والزاويتان اللتان
يحيط بهما متساويتان فان مثلثي [illegible] متشابهان فزاوية [illegible] مساوية لزاوية [illegible]
وزاوية [illegible] قائمة فزاوية [illegible] قائمة وخط [illegible] مواز لخط [illegible] فزاوية [illegible] اذا قائمة
وقد كانت زاوية [illegible] قائمة فخط [illegible] اذن على استقامة خط [illegible]
ويماس دائرة ا و مثل ذلك نبين انه
اذا كانت دوائر اكثر من
هذه
كم كانت مماسها كلها وايضا
[illegible] الدوائر على ما في المقدمة ولنصل

لكن كد طه هح حكه ولنخرج من نقطة د خطا ماسا لكل واحدة من دايرتي
آ ب وهو خط دمر لخط دمر عمود على خط آكر ومن اجل ان كل واحد من خطي كمر مك
مماس لدايرة آ يكون خط كم مساويا لخط مك وكذلك ايضا يكون خط كمر مساويا لخط مك
فخطوط كمر مك كمر الثلثة متساوية والدايرة المرسومة على مركز مر وببعد مك كدايرة
كدك تجوز على نقط ك د ك فزاوية كدك قايمة وزاوية لكد قايمة فخطا لك طد
متوازيان. مثل ذلك تبين ان خطي دك هح متوازيان وايضا من اجل ان خط دح ك
ماس دايرة آ على نقطة ك وخط كد يفصلها تكون زاوية طكد مساوية لزاوية كلد
ومثلثا لكد كدك قايما الزاويتين فزاوية كدك الباقية مساوية لزاوية كطد الباقية
فمثلثا لكد كدك متشابهان ولكن مثلث لكد هو مشابه لمثلث دكه ومثلث كدك
شابه لمثلث طهح فمثلثات لكد كدك طهح اذن متشابهة فنسبة لكد الى كد
مثل نسبة كد الى طد ومثل نسبة دك الى حك ومثل نسبة كه الى هح فاذا القسب
الاوساط نصير نسبة لكد الى دك مثل نسبة دك الى هح ولكن نسبة لك الى دك
مثل نسبة لد الى ده ونسبة دك الى هح مثل نسبة ده الى هر فنسبة لد الى ده اذن
مثل نسبة ده الى هر فنسبة مربع لد اذن الى
مربع ده مثل نسبة مربع ده
الى مربع هر
فنسبة دايرة آ الى دايرة ب كنسبة
دايرة ب الى دايرة حـ وذلك ما اردنا ان نبين
وايضا لتكن الدواير متناسبة على توالیها وليكن خط دح ماسا لدايرتي ب حـ على
نقطتي ح ط فاقول انا اذا اخرجنا خط دح ط على استقامته ماس دايرة آ برهان
ذلك لنصل خطوط ح ه ط ح ط ح ولنخرج من نقطة د خطا موازيا لخط حه وهو
خط دك ونصل طك فمن اجل ان خط كح موازي لخط طه تكون زاوية كدك مساوية
لزاوية طهح وزاوية طحه قايمة فهي مساوية لزاوية طدك لان خطي كد طح
متوازيان وزاوية دكل قايمة لانها في نصف دايرة لكد فزاوية طدك اذن
مساوية لزاوية دكل فخط الك اذن مساو لخط دك ومن اجل ان المثلثات متشابهة
على ما بين فيما تقدم تكون نسبة حح الى حه مثل نسبة حه الى هك ومثل نسبة هك
الى طد فنسبة دح اذن الى هك مثل نسبة دح الى هك مثناه ولكن نسبة دح الى هط مثل
نسبة هط الى دك ونسبة دح الى حه كنسبة هط الى طد فنسبة هط اذن الى [illegible]
كنسبة هط الى طد مثناه فنسبة هط الى طد مثل نسبة طد الى دك وهي محيطة بزوايا
متساوية فمثلث كدط شابه لمثلث دكه فزاوية دكط مساوية لزاوية دكه
وقد كانت زاوية هطد مساوية لزاوية طده فزاوية حطه اذن مساوية لزاوية

طكد ومن اجل ان زاويتي كحط طحه معا دليلين لقايمتين وزاوية كحدك مساوية
لزاوية طحه تكون زوايا دنه دكح معا دليلين لقايمتين لخط كط على استقامة خط هر
وايضا من اجل ان زاوية طكد مساوية لزاوية دكك يكون خط رك ماسا لدايرة آ
لعلة ما بين في المقالة الثالثة من كتاب اوقليدس الموسوم بالاسطقسات وقد حصل
لنا مما بيناه انه اذا كان دايرتان تماسان من خارج وماسهما
جميعا خط واحد كخط طكك فان الخط المماس
يكون وسطا بين قطري الدايرتين
على توالي النسبة
وذلك انه مشابه المثلثات فيكون
نسبة لد الى الخط كنسبة كط الى ده
اذا كانت دواير متتالية مراكزها على خط واحد مستقيم واخرج
ذلك الخط وفرض على المخرج منه نقطة ما واخرج منها خط مستقيم ماس الدواير فان
نسبة الدواير بعضها الى بعض كنسب مربعات الخطوط التي تماسها بعضها الى بعض مثال ذلك
[illegible] على مراكز آ ب حـ ولتكن مراكز آ ب على خط واحد مستقيم ولنخرج خط
آب ولنعلم على دايرة ب نقطة ه ونخرج خطا يلقى خط آب وماس دايرة ب على ه ودايرة
آ على ر فاقول ان نسبة دايرة آ الى دايرة ب مثل نسبة المربع الذي يكون من خط رد
المماس الى المربع الذي يكون من خط هد المماس برهان ذلك لنصل را هب فمن اجل ان
كل واحدة من زاويتي ارد هبد قايمة يكون خط را موازيا لخط هب فنسبة را الى
هب اعني نسبة قطر دايرة آ الى قطر دايرة ب كنسبة رد المماس الى ده المماس فنسبة
مربع قطر دايرة آ الى مربع قطر دايرة ب اعني نسبة
دايرة آ الى دايرة ب كنسبة مربع خط رد
المماس الى مربع خط ده
المماس وذلك ما اردنا ان نبين اذا كانت
دواير متماسة مراكزها على خط واحد وهي متناسبة على توالیها
واخرج من مراكزها خطوط ماسها على ترتيب فان نسب الدواير بعضها الى بعض كنسب
مربعات الخطوط الذي ماسها بعضها الى بعض فلنفرض دواير متماسة على مراكز
آ ب حـ د ولتكن مراكز آ ب حـ د على خط واحد ولتكن متناسبة على توالیها ولنخرج من
نقطة [illegible] خطوط ماسة دواير آ ب حـ د على ترتيبه وهي خطوط [illegible]
فاقول ان نسبة دايرة آ الى دايرة ب كنسبة مربع خط [illegible] الى مربع خط [illegible]
ونسبة دايرة ب الى دايرة حـ كنسبة مربع خط [illegible] الى مربع خط [illegible] برهان ذلك
من اجل ان الدواير متناسبة على توالیها تكون نسبة قطر [illegible] الى [illegible] مثل نسبة [illegible] الى

دح اعني مثل نسبة هد الى دح فاذا بدلنا تكون نسبة مه الى هب كنسبة هز الى دح واذا ركبنا تكون نسبة مب الى به كنسبة هح الى حب ولكن خط نط هو موسط بين خطي مب به وخط كح موسط بين خطي هح حز نسبة نط الى كح كنسبة كح الى حز واذا بدلنا تكون نسبة نط الى كح كنسبة هب الى زح ونسبة هب الى دح كنسبة مه الى هز نسبة نط الى كح اذن كنسبة قطر مه الى هز

كنسبة مربع مه الى مربع هز اعني نسبة دايرة آ الى دايرة ب كنسبة مربع طب الى مربع كح وذلك ما اردنا ان نبين ∴ وقد تحصل لنا من ههنا ان نعلم ان خطوط طب كح له متناسبة على توالها متوازية وعلى ذلك يسهل ويقرب ماخذه اذا وصلنا بين نقط المماسة وبين المراكز فانه يحدث لنا مثلثات قايمة الزوايا متشابهة في الخلقة والوضع واقول ان هذا بيّنه بين من ان الخطوط المماسة من اطراف الاقطار كلها من المراكز كالذي هو مرسوم في هذه الصورة برهان ذلك من اجل ان نسبة قطر مه الى هز كنسبة هز الى دح فانا اذا ركبنا تكون نسبة مز الى زه مثل نسبة هح الى حز ولكن خط دك هو موسط بين خطي مز زه وخط كح هو موسط بين خطي هح حز نسبة طز الى كح مثل نسبة هز الى دح اعني كنسبة مه الى هز فنسبة مربع مه الى مربع هز اعني نسبة دايرة آ الى دايرة ب كنسبة مربع خط طز المماس الى مربع كح المماس وقد بينا ايضا ما تقدم ان هذه الخطوط المماسة متوازية متناسبة على توالها كم كانت ∴ اذا كانت دوائر تماس من داخل على نقطة واحدة كانت متناسبة على توالها واخرج من اطراف اقطارها خطوط تماسها على ترتيبه فان نسبة الدواير بعضها الى بعض كنسبة مربعات الخطوط التي تماسها بعضها الى بعض مثال ذلك لنفرض دواير على اقطار اب اح اد ولتكن متناسبة على توالها وليماس بعضها بعضاً على نقطة آ ولنخرج من نقطتي ح د خطين مماسان للدواير وهما خطا حه دز فاقول ان نسبة دايرة اد الى دايرة اح كنسبة مربع خط هح المماس الى مربع خط دز المماس برهان ذلك من اجل ان نسبة دا الى اح كنسبة حا الى اب فانا اذا فصلنا وبدلنا كما بينا فيما تقدم تكون نسبة دح الى هح كنسبة حب

حا الى اب نسبة مربع دح اذن الى مربع دح كنسبة مربع حا الى مربع اب اعني مثل نسبة دايرة حد آ الى دايرة هب آ وذلك ما اردنا ان نبين ∴ وبالجملة فانه اذا كانت دواير مماسة لخطوط وتحيط مع الخطوط الخارجة على مراكزها زوايا متساوية فان نسبة الدواير بعضها الى بعض كنسب الخطوط المماسة بعضها الى بعض مثاله لنفرض دايرتين على مركزي آ ب ولنخرج على المركز من خطي اح بد ولنخرج حه مماس لدايرة آ ودز مماس لدايرة ب ولكن زاوية احه مساوية لزاوية بدز فاقول ان نسبة دايرة آ الى دايرة ب كنسبة مربع خط حه المماس الى مربع خط دز المماس برهان ذلك من اجل ان مثلثي احه بدز اللذين الزوايا متشابهان فان نسبة حه الى دز مثل نسبة آه الى بز فنسبة مربع حه الى مربع دز كنسبة مربع خط آه الى مربع خط بز اعني نسبة قطر دايرة آ الى قطر دايرة ب اعني مثل نسبة دايرة آ الى دايرة ب وذلك ما اردنا ان نبين ∴ اذا كانت دايرتان تتماسان واخرج من طرفي الخط الذي يمر على مركزيهما وعلى نقطة المماسة خطان متبادلان يتقاطعان ويماسان الدايرتين فان نسبة الدايرة الى الدايرة مثل نسبة الخطين المتبادلين المتقاطعين اللذين يماسانهما مثناة مثال ذلك نفرض دايرتين على مركزي آ ب ولتماسا على نقطة ح ولنخرج الخط الذي يمر على مركزيهما وهو خط دحه ولنخرج من نقطتي د ه خطان متقاطعان ويماسان الدايرتين على نقطتي ز ح فاقول ان نسبة دايرة آ الى دايرة ب كنسبة خط دح المماس الى خط هز المماس مثناة برهان ذلك من اجل ان نسبة دايرة آ الى دايرة ب مثل نسبة قطر دح الى قطر حه مثناة ونسبة قطر دح الى قطر حه مثل نسبة مسطح هد في دح الى المسطح ده في هح يكون نسبة دايرة آ الى دايرة ب كنسبة مسطح هد في دح الى المسطح ده في هح مثناة

اعني مثل نسبة مربع دح المماس الى مربع هد المماس وذلك ما اردنا ان نبين

اذا كانت دائرة واخرج من احد طرفي قطرها خط مماس لها واخرج من طرفه الاخر خط يقطع الدائرة ويلقى الخط المماس فان سطح الخط القاطع في قسمته التي في داخل الدائرة مساو لمربع القطر فلنفرض دائرة قطرها اب ولنخرج من نقطة ا خطا مماسا لها وهو خط اح ولنوصل ب د ح فاقول ان سطح حب في بد مساو لمربع اب برهان ذلك لنصل اد فمن اجل ان مثلث حدا القائم الزاوية مشابه لمثلث ابد القائم الزاوية يكون نسبة حب الى با مثل نسبة اب الى بد فسطح حب في بد مثل مربع اب وذلك ما اردنا ان نبين

برهان هذا الشكل على جهة اخرى من اجل ان مربع حب اعني سطح حب في حد مع سطح حب في بد مثل مربع حا مع مربع اب ومربع حد في حب مثل مربع حا يكون سطح حب في بد الباقي مثل مربع اب الباقي وذلك ما اردنا ان نبين

برهان هذا الشكل على جهة اخرى من اجل ان سطح حد في حب مساو لمربع اح فاذا جعلنا مربع دب مشتركا يكون مربعا اد دب اعني مربع اب مساو لسطح حد في دب مع مربع دب اعني سطح حب في بد وذلك ما اردنا ان نبين

وكذلك ايضا اذا اخرجنا خطوطا كم كانت مثل زب يكون سطح الخط كله في قسمته التي تقع داخل الدائرة مساو لمربع قطرها ويكون السطوح المحيطة بكل واحد من الخطوط المخرجة مع قسمته التي تقع داخل الدائرة متساوية

اذا كان خط دائرة معلوم قطرها وفرضت عليه نقطة ما واخرج منها خط اخر مماس للدائرة فان سطح احد قسمي الخط المماس في الاخر مثل سطح الخط الذي يمر بالمركز كله في قسمته التي من مركز الدائرة الى محيطها وسطح الخط المماس كله في قسمته التي بين نقطة الالتقاء ونقطة المماسة مساو لسطح الخط الذي يمر على المركز في قسمته التي بين نقطة الالتقاء ومركز الدائرة مثال ذلك لنفرض دائرة على مركز ا وقطرها ب ح ولنخرج من نقطة ب خطا مماسا لها وهو خط بد ولنفرض على خط بد نقطة ما كيف ما وقعت وهي نقطة د ونخرج منها خطا اخر مماسا للدائرة على نقطة ه وهو خط ده ز ويلقى الخط الذي يمر بالمركز على نقطة ز فاقول ان سطح ده في هز مساو لسطح دب ب ز وان سطح دز في زه مساو لسطح بز في زا برهان ذلك لنصل اه فمن اجل ان مثلثي دبز زها زاوية دبز القائمة من احدهما مساوية لزاوية زها القائمة من الاخر وزاوية دزب مشتركة لهما يكونان متشابهين فنسبة دب الى ب ز اعني الى ده مثل نسبة

ده الى ها اعني الى اب فسطح دب في اه مساو لسطح ده في هز واقول ان سطح دز في زه مساو لسطح بز في زا برهان ذلك من اجل ان مثلثي دبز زها متشابهان يكون نسبة دز الى زب مثل نسبة از الى زه فسطح دز في زه مساو لسطح بز في زا وذلك ما اردنا ان نبين

فان كان الخط المماس على طرف القطر لا مماس على نقطة ب لكن على نقطة ح مثل خط حد فان سطح ده في هز يكون مساويا لسطح دح في حز وسطح هز في زد يكون مساويا لسطح دح في حز وسطح زد في زد يكون مساويا لسطح اح في حز برهان ذلك من اجل ان مثلثي زها زحد متشابهان يكون نسبة زه الى ها مثل زح الى حد اعني الى هد فسطح زه في هد مساو لسطح اح في حز واقول ان سطح هز في زد مساو لسطح از في زح برهان ذلك من اجل ان المثلثين متشابهان يكون نسبة هز الى زا مثل نسبة حز الى زد فسطح هز في زد مساو لسطح زا في زح وذلك ما اردنا ان نبين

برهان هذا الشكل على جهة اخرى نرسم على مثلث ازه القائم الزاوية دائرة زط فيكون خط از قطرها ولنخرج خط كح فمن اجل ان خط كح قد قسم بنصفين على نقطة ح وبقسمين مختلفين على نقطة د يكون سطح كد في دح مع مربع حد مساويا لمربع كح ولكن سطح كد في دح مساو لسطح زد في ده ومربع حد مساو لمربع هد فسطح زد في ده مع مربع هد اعني سطح زه في هد مساو لمربع كح فمربع كح مساو لسطح اح في حز فسطح اح في حز مساو لسطح زه في هد وذلك ما اردنا ان نبين

وايضا من اجل ان سطح هد في دط اعني سطح هد في دز اقل من مربع كح اعني من سطح اح في حز بمربع حد ومربع دز اعظم من مربع زح بمثل مربع حد فان سطح هد في دز مع مربع دز اعني سطح هز في زد مساو لسطح اح في حز مع مربع حز اعني سطح از في زح وذلك ما اردنا ان نبين

اذا كانت دائرتان تتماسان من داخل واخرج خط مماس لهما جميعا مع الخط الذي يجوز على نقطة المماسة وعلى المركز بزاوية قائمة وفرض على الخط الذي يجوز على

المركزين نقطة ما واخرج منها خطان اخران مماسان الدائرة و ملتقيان الخط الاخر

المماس فان نسبة الدائرة العظمى الى الدائرة الصغرى مثل نسبة السطح الذي يحيط به

قسما الخط الذي مماس الدائرة العظمى الى السطح الذي يحيط به قسما الخط الذي مماس الدائرة

الصغرى مثاله فلنفرض الدائرة التي على مركز ا مماس الدائرة التي على مركز ب

من داخل على نقطة ج و نخرج على نقطة المماسة والمركزين خط ج د ه ز فيقطع دائرة ا خط

ج د و قطر دائرة ب خط ج ه و نخرج من نقطة ز خطي ز ح ط ز ك ل مماسان الدائرتين

على نقطتي ح ك فاقول ان نسبة دائرة ا الى دائرة ب كنسبة سطح ز ح في ح ط

الى سطح ز ك في ك ل مثاله برهان ذلك من اجل ان نسبة خط ج د الى ج ه كنسبة

سطح ز ج في ج د الى سطح ز ج في ج ه و سطح ز ج في ج د مساو لسطح ز ك في ك ل

كما بينا في الشكل الذي قبل هذا تكون نسبة ج د الى ج ه مثل نسبة سطح ز ح في ح ط

الى سطح ز ك في ك ل ولكن نسبة ج د الى ج ه كنسبة مثل ج د الى مثل ج ه اعني مثل نسبة

قطر ج د الى قطر ج ه فيكون نسبة قطر ج د الى قطر ج ه كنسبة سطح ز ح في ح ط الى

سطح ز ك في ك ل ونسبة مربع ج د الى مربع ج ه كنسبة ج د الى ج ه مثناه ونسبة

مربعات اقطار الدوائر بعضها الى بعض كنسب الدوائر بعضها

الى بعض فنسبة دائرة ا الى دائرة ب كنسبة قطر

ج د الى قطر ج ه مثناه اعني مثل نسبة سطح

ز ح في ح ط الى سطح ز ك في ك ل مثناه وذلك

ما اردنا ان نبين. اذا كان دائرتان غير

متقاطعتين مركزاهما على خط واحد واخرج من مركزيهما

خطان متقاطعان مماسان الدائرتين فان سطح قسمي

احد الخطين المماسين مساو لسطح قسمي الخط الاخر المماس

مثاله لنفرض دائرتين غير متقاطعتين و مركزاهما و هما نقطتا ا ب على خط واحد

و هو ا ب و نخرج من مركزي ا ب خطي ا ج ب د مماسان الدائرتين على نقطتي د ج

و يتقاطعان على نقطة ه فاقول ان سطح ا ه في ه ج مساو لسطح ب ه في ه د برهان

ذلك انا نصل د ا ج ب من اجل ان مثلثي ا د ه ب ج ه القائمي الزوايا متشابهان يكون نسبة

ا ه الى ه د مثل نسبة ب ه الى ه ج فسطح

ا ه في ه ج مساو لسطح ب ه في ه د

وذلك ما اردنا ان نبين

برهان هذا الشكل بطريق اخر من

اجل ان كل واحدة من زاويتي ا د ب

ا ج ب قائمة و مثلثا ا د ب ا ج ب على خط

واحد و هو خط ا ب فان مثلثي ا د ب ا ج ب

هما في نصف دائرة فلنرسم عليها نصف

دائرة ا د ج ب من اجل ان خطي ا ه ج

ب ه د يتقاطعان في دائرة على نقطة ه

يكون سطح ا ه في ه ج مساويا لسطح ب ه

في ه د وذلك ما اردنا ان نبين. اذا كان خطان مماسان دائرة واحدة واخرج

الخط الذي يمر بنقطة المماسة على استقامة و فرضت عليه نقطة ما واخرج من النقطة

المفروضة خط مماس الدائرة و يقطع احد الخطين المماسين و ينتهي الى الاخر فان نسبة

الخط المخرج كله الى قسمه الذي يقع خارج الخطين المماسين كنسبة قسميه اللذين يقعان

بين الخطين المماسين اللذين يفصلهما نقطة المماسة الاعظم منهما عند الاصغر فلنفرض

خطي ا ب ا د مماسان دائرة ب د على نقطتي ب د و نصل خط ب د و نخرجه على استقامة

و نفرض على المخرج منه نقطة ج و نخرج من نقطة ج خطا اخر مماس الدائرة و هو

خط ج ه ز ح و تكون المماسة على نقطة ز فاقول ان نسبة ح ج الى ج ه كنسبة ح ز

الى ز ه برهان ذلك انه ليس يخلو من ان يكون خطا ا ب ا د متوازيين او غير متوازيين

فلنفرضهما ولا متوازيين فيكون زاوية ا ب د مساوية لزاوية ا د ب و يكون مثلث

ا ب د فنسبة ح ج الى ج ه مثل نسبة ح ب الى ه د ولكن خط ح ب مساو لخط ح ز لانهما

مماسان الدائرة من نقطة واحدة و ه د ه ز وكذلك ايضا خط ه ز مساو لخط ه د فنسبة

ح ج الى ج ه كنسبة ح ز الى ز ه وان لم يكونا متوازيين فلنخرج على نقطة ا ونخرج

من نقطة ه خطا موازيا لخط ا ب و هو خط ه ط فمن اجل ان خطي ا ب ا د مماسان

الدائرة يكونان متساويين فزاوية ا ب د مساوية لزاوية ا د ب ولكن زاوية ه ط د مساوية

لزاوية ا ب د لموازاة الخطين فزاوية ه ط د مساوية لزاوية ه د ط فخط ه ط مساو لخط



ه د وايضا من اجل ان نسبة ح ج الى ج ه كنسبة ح ب الى ه ط اعني الى

ه د وخط ح ب مساو لخط ح ز وخط ه د مساو لخط ه ز تكون نسبة

ح ج الى ج ه كنسبة ح ز الى ز ه وذلك ما اردنا ان نبين

اذا كان خط مماس دايرة على طرف قطرها واخرج القطر على استقامة وفرضت عليه
نقطة ما واخرج منها خط آخر مماس الدايرة و يلقى الخط الاول وهو عمود على القطر
واخرج من نقطة مماسه طرف القطر الى الخط المخرج عمود عليه فان نسبة الخط
المخرج كله الى نسبة الذى بين النقطة المفروضة وبين الخط القائم على القطر الى نسبة
الذى بين نقطة المماسة و النقطة التى وقع عليها العمود مثال ذلك لنفرض دايرة على
مركز آ ولكن قطرها خط حاط ولنخرج على القطر عمودا مماس الدايرة وهو خط حه
ولنخرج خط حك ولنفرض على المخرج منه نقطة ما وهى نقطة د ولنخرج من نقطة
د خطا مماس الدايرة على نقطة ز وهو خط دزه ولنخرج من نقطة ح عمودا على
خط دزه وهو خط حج فاقول ان نسبة ه د الى د ز كنسبة ه ز الى ز ج برهان ذلك
لنصل آز فمن اجل ان زاوية ازد قايمة وزاوية ححد قايمة يكون حج موازيا لخط آز
ويكون مثلث دحج القائم الزاوية مشابه لمثلث داز القائم الزاوية فنسبة
ده الى هح اعنى نسبة ده الى هز مثل نسبة دا الى آز
اعنى الى اح لكن نسبة دا الى اح كنسبة
در الى زج فنسبة ده الى هز
كنسبة در الى زج واذا بدلنا تكون نسبة ه د الى د ز كنسبة ه ز
الى زج وذلك ما اردنا ان نبين ∴ وقد تبين انا اذا فصلنا تكون
نسبة ه ز الى زد كنسبة ه ج الى ج ز ∴ وعلى هذا الوضع اقول ان نسبة ه ز الى
زد كنسبة اط الى ج من المركز الى طه برهانه انا نصل خطى ه آ زط فمن اجل ان
خط حه مساو لخط ه ز وخط اح مساو لخط آز والقاعدة واحدة للمثلثين يكون زاوية
حاه مساوية لزاوية زاه فزاوية حاز ضعف زاوية حاه وزاوية حاز ضعف زاوية
حطز لان احدهما على المركز والاخرى على المحيط ووترهما قوس واحدة
فزاوية حاه مساوية لزاوية حطز فخط ه آ مواز لخط زط
فنسبة ه ز الى زد كنسبة اط الى طد
وذلك ما اردنا ان نبين
فان كان الخط المماس الذى خرج على طرف القطر لا يماس
الدايرة على نقطة ح لكن على طرف القطر الآخر كما فى هذه
الصورة مثل خط طك اقول ان نسبة ح ز الى زد كنسبة زك
الى كد برهان ذلك من اجل ان مثلث زاد القائم
الزاوية مشابه لمثلث طكد القائم الزاوية
تكون نسبة زآ الى اد اعنى نسبة ح ز الى دز مثل نسبة
كط الى كد اعنى مثل نسبة زك الى كد وذلك ما اردنا ان
نبين ∴

اذا اخرج قطر دايرة على استقامة وفرض على المخرج منه نقطة ما واخرج منها
خط مماس الدايرة واخرج من نقطة المماسة عمود على القطر فان نسبة الخط المخرج
على المركز كله الى نسبة الذى وقع خارج الدايرة كنسبة قسمى القطر اللذين فصلهما
العمود الاعظم منهما عند الاصغر ∴ فلنفرض دايرة على مركز آ وقطرها خط حب
ولنخرجه على استقامة ونعلم على المخرج منه نقطة د ولنخرج منها خطا مماس الدايرة
على نقطة ه ولنخرج من نقطة ه عمودا على خط حب وهو ه ز فاقول ان نسبة
بد الى دح كنسبة بز الى زح برهان ذلك انا نصل ه ب ه ح فمن اجل ان نسبة بد
الى د ه كنسبة د ه الى دح يكون مثلثا ده ب ه ح د متشابهين
ويكون نسبة بد الى ده كنسبة به الى ه ح ولكن
نسبة بد الى دح كنسبة به الى ده
مثناه فنسبة بد الى ده اذن كنسبة ده الى ه ح مثناه ونسبة
بز الى زح هى ايضا كنسبة بز الى زه مثناه فاذن نسبة بد الى
دح كنسبة بز الى زح وذلك ما اردنا ان نبين ∴ برهان هذا
الشكل بطريق آخر ∴ لنخرج من نقطة ح خطى حج حط حيطان معه بزاوية قايمة وينتهيان
الى خط ه د فيكون خطوط حج زه حط متوازية فمن اجل ان نسبة بد الى دح كنسبة
ح الى حط اعنى مثل نسبة ح ه الى ه ط ونسبة ح ه الى ه ط كنسبة بز الى زط تكون
نسبة بد الى دح كنسبة بز الى زح وذلك ما اردنا ان
نبين ∴ فاذا اخرجنا فى قطعة من دايرة خط يوتره
قوسين مختلفتين واخرج من نقطة تنصيف القطعة
عمود على الخط الاعظم من قسمى الخط المنحنى فان العمود يقسم الخط المنحنى بنصفين
فلنفرض قطعة من دايرة على قاعدة اب ولنحنى فيها خط احب على نقطة ح وليكن
خط اح اعظم من خط حب ولنقسم محيط قوس اب بنصفين على نقطة د ولنخرج
منها عمودا على خط اح وهو خط ده فاقول ان خط احب قد انقسم بنصفين على نقطة
ه اعنى ان خط اه مساو لخطى ه ح حب برهان ذلك لنفصل من قوس اد العظمى قوسا
مساوية لقوس دح الصغرى وهى قوس دج ولنصل اج جد اد ولنفصل من خط اه
الاعظم خطا مساويا لخط ه ح وهو خط ه ز ولنصل دز فمن اجل ان خط ه د عمود
مشترك تكون دز مساويا لدح وكذلك دج فتكون الخطوط الثلثة متساوية ومن اجل ان
نسبة قوس اج الى قوس اج د كنسبة زاوية ادج الى زاوية احد ونسبة قوس جد الى
قوس اج د مثل نسبة زاوية جاد الى زاوية احد تكون نسبة قوس
اج جد جميعا الى قوس اج د كنسبة زاويتى ج اد ادج الى
زاوية احد وقوسا اج جد مساويتان لقوس احد فزاويتا

في دا ادج جميعا ... وبيان لزاوية احد اعني لزاوية دزه ولكن زاوية دزه مساوية
لزاويتي زاد ددا لزاويتا ح دز عاد اذن مساوية لزاويتي زاد ددا وزاوية
حدا مساوية لزاوية زاد لزاوية ح دا الباقية مساوية لزاوية ددا الباقية ومن اجل
ان خطي دد دج متساويان وخط دا مشترك والزاويتان متساويتان تكون قاعدة
اد مساوية لقاعدة اج ولكن خط اج مساو لخط حب وخط ده مساو لخط ه د فمجموع
اه اذن مساو لخطي ه د حب وذلك ما اردنا ان نبين :. برهان هذا الشكل
بعمل اخر لترسم الصورة على ما في المقدمة ولتكن دايرة ازدد ولنخرج خط اد على
استقامة ولنفرض خط ه ح ... وان لخط ه ا ولنصل خطوط حد دد بد اد فمن اجل
ان قوس اد مساوية لقوس دب تكون وتر اد مساويا لوتر اب وخط دج مساو
لخط اد لخط دج مساو لخط دب ومن اجل ان زاوية داح مساوية لزاوية دحا
لانها على قوس واحدة وزاوية دجه مساوية لزاوية داه تكون زاوية دجه مساوية
لزاوية دحا وايضا من اجل ان قوس دا ... مساوية لجميع قوس د ... ولكن
زاوية دحب هي على قوس دا ... وزاويتا داح احد جميعا هما على قوس ح ...
اما زاوية داح فعلى قوس ... واما زاوية احد فعلى قوس ... فزاويتا داح
احد مساويتان لزاوية دحب وزاوية دجح مساوية لزاويتي داح احد فزاوية
دجح اما مساوية لزاوية دحب وقد كان تبين ان زاوية ... مساوية لزاوية دحد
فزاوية ح دحا الباقية
مساوية لزاوية
دحا الباقية ومن
اجل ان خط دح
مساو لخط دب وخط
دح مشترك والزاويتان
متساويتان يكون خط حج مساويا لخط حب فخطا ه د حب مساويان لخطي ح د ه ج
اعني خط اه وذلك ما اردنا ان نبين :. برهان هذا الشكل بعمل اخر لتثبت الصورة
على حالها ونقول من اجل ان قوس دحب اقل من نصف دايرة تكون الزاوية التي تقع
فيها وهي زاوية دحب منفرجة وايضا من اجل ان قوس دبا اعظم من نصف دايرة
تكون الزاوية التي تقع فيها وهي زاوية دحا حادة فزاوية دجح منفرجة فزاويتا
دحب دجح منفرجتان وزاوية دجح مساوية لزاوية دحا وخط دب مساو لخط دج
وخط دح مشترك فمثلثا دجح دحب زاوية من احدهما وهي زاوية ... مساوية لزاوية
من الاخر وهي زاوية دحب والاضلاع التي تحيط بزاويتين اخريين متناسبة والزاويتان
الباقيتان وهما زاويتا دجح دحب كل واحدة منهما اعظم من قائمة فالزوايا الباقية متساوية

فخط حج مساو لخط حب
فكل خط ه ح
اعني خط ح ...
اه مساو لخطي ه د حب
وذلك ما اردنا ان نبين
تم كتاب ارشميدس في الدوائر المتماسة
والحمد لله وحده وصلواته على سيدنا محمد وآله

٣١٣٦

(معهد أحياء المخطوطات العربية)

المكتبة خدابخش پتنه رقم الفيلم من ٧١٨ - ٧٢٦

ورقم المخطوط فيها ٥٠١٩ (٢٧) ضمن مجموعة من ١٣٤هـ/١٤١و

اسم الكتاب كتاب في الدروع المتماسة

اسم المؤلف أرشميدس

تاريخ النسخ ٦٣٢ خط نسخ نفيس

عدد الأوراق ٨ المسطرة ٣١ المقاس ٢٠٠X١٤٠ ملمتر

الملاحظات بها آثار أرضة وسطور وترقيم والجرياهـ

جامعـــة الدول العربية

معهد احياء المخطوطات العربية

آخر النســـــخة

تمت تصويراً بمكتبة خدابخش پتنه

في يوم الثلاثاء ١٢ من رجب الفرد عام ١٣٧١هـ

الموافق ٨ من أبريل ١٩٥٢م